

\*Rozwiązanie każdego zadania przedstawić na osobnym arkuszu formatu

A4.

\*Wszystkie, nawet częściowe rozwiązania zostaną wzięte pod uwagę przez sprawdzających.

**Zadanie 1. (7 punktów) Kolacja Zgromadzenia Międzynarodowego!**

Zredaguj odpowiedź języku francuskim, niemieckim, angielskim, hiszpańskim lub włoskim, używając co najmniej 30 słów.

At the meal of the International Assembly of "Mathématiques sans Frontières", a Brazilian, a Swiss and a German dine together, and with their wives. When ordering, one man and one woman each choose a tarte flambée, one man and one woman each choose an Alsatian salad, and one man and one woman each choose snails. The German's wife had a tarte flambée. The Brazilian, who had an Alsatian salad, said to him: "It's curious. In each couple, the man and the woman have had different dishes!". **Using the information provided, identify what each man chose. Justify your answer.**

\*\*\*\*\*

Beim Galadinner der internationalen Versammlung von Mathematik ohne Grenzen sitzen ein Deutscher, ein Brasilianer und ein Schweizer zusammen mit ihren Ehefrauen an einem Tisch. Jeweils ein Mann und eine Frau bestellen einen Flammkuchen, jeweils ein Mann und eine Frau nehmen einen elsässischen Salat und jeweils ein Mann und eine Frau bestellen Schnecken. Die deutsche Dame hat einen Flammkuchen bestellt, der brasilianische Herr einen elsässischen Salat. Er bemerkt: "Das ist lustig! Bei jedem Ehepaar an diesem Tisch haben Mann und Frau unterschiedliche Gerichte gewählt." **Was hat jeder Mann bestellt? Begründet eure Antwort.**

\*\*\*\*\*

Durante la cena dell'Assemblea Internazionale di Matematica senza Frontiere in Alsazia, un brasiliano, uno svizzero e un tedesco cenano assieme con anche le loro mogli. Quando effettuano l'ordinazione iniziale un uomo e una donna prendono entrambi una tarte flambée, un uomo e una donna ordinano entrambi un'insalata alsaziana e un uomo e una donna ordinano entrambi delle lumache.

La moglie del tedesco ha ordinato una tarte flambée. Il brasiliano che ha ordinato l'insalata le dice "E' curioso, in ogni coppia, l'uomo e la donna hanno ordinato piatti diversi!" **In base alle informazioni fornite, individuate la scelta di ogni uomo, giustificando la vostra risposta.**

**Zadanie 2. (5 punktów) Daltonowie powracają!**

Daltonowie chcą obrabować bank. Kasjer, pod groźbą, daje im wskazówki, aby otworzyć sejf: Kombinacja jest ciągiem trzech różnych liczb jednocyfrowych, ustawionych w kolejności rosnącej.

- Suma tych trzech liczb jest równa 18 zaś iloczyn dwóch z tych trzech liczb po dodaniu trzeciej, jest kwadratem.

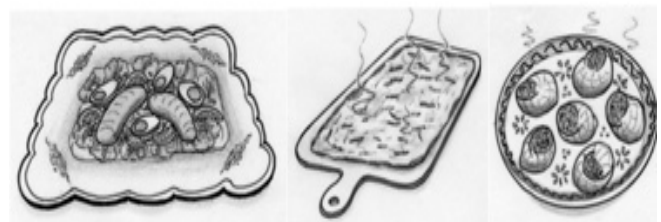
**Jakie są możliwości szyfrowania sejfu? Uzasadnij swoją odpowiedź.**

Au repas de gala de l'Assemblée Internationale de Mathématiques Sans Frontières en Alsace, un Brésilien, un Suisse et un Allemand vont dîner avec leurs épouses. Lorsqu'ils commandent leurs entrées, un homme et une femme prennent chacun une tarte flambée ; un homme et une femme prennent chacun une salade alsacienne et un homme et une femme prennent chacun des escargots. L'épouse de l'Allemand a pris une tarte flambée. Le Brésilien, qui a pris une salade alsacienne, dit à elle: « C'est curieux, dans aucun couple, l'homme et la femme n'ont pris la même entrée ! ». **À l'aide des renseignements donnés, dire ce que chaque homme a choisi comme entrée. Justifier.**

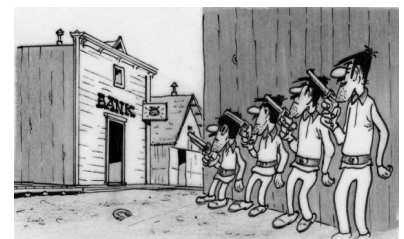
\*\*\*\*\*

En la comida de la Asamblea Internacional de Matemáticas sin Fronteras en Alsacia, un brasileño, un suizo y un alemán cenan juntos y con sus esposas.

Quando hacen el pedido, un hombre y una mujer piden cada uno una tarta flambeada, un hombre y una mujer piden cada uno una ensalada alsaciana y un hombre y una mujer piden cada uno caracoles. La esposa del alemán ha elegido una tarta flambeada. El brasileño, que ha elegido una ensalada alsaciana, dice entonces: «¡Qué curioso, en cada pareja, el hombre y la mujer han elegido platos diferentes!» **Con la ayuda de estos datos, indica lo que ha elegido cada hombre. Justifica la respuesta.**



\*\*\*\*\*



### Zadanie 3. (7 punktów) Co za szczęście!

Oto algorytm składający się z trzech kroków:

**Krok 1** - wybierz początkową dodatnią liczbę całkowitą

**Krok 2** - oblicz sumę kwadratów jej cyfr i zapisz otrzymany wynik.

**Krok 3** - powtórz krok 2 dla otrzymanej liczby.

Wykonując ten algorytm, otrzymujemy ciąg liczb.

- Jeśli jedną z liczb w tym ciągu jest 1, algorytm się kończy, a liczba początkowa jest "szczęśliwą liczbą".

- Jeśli jedna z liczb w tym ciągu powtórzy się, algorytm kończy działanie, a liczba początkowa jest "radosną liczbą".

Oto dwa przykłady:

- jeśli wybierzemy 70 jako liczbę początkową:

$$7^2 + 0^2 = 49; 4^2 + 9^2 = 97; 9^2 + 7^2 = 130;$$

$$1^2 + 3^2 + 0^2 = 10 \text{ i } 1^2 + 0^2 = 1.$$

Otrzymujemy 1, więc 70 jest "szczęśliwą liczbą".

- Jeśli wybierzesz 40 jako liczbę początkową, otrzymasz następującą sekwencję liczb:

$$16 - 37 - 58 - 89 - 145 - 42 - 20 - 4 - 16.$$

Liczba 16 powtarza się, więc 40 jest "szczęśliwą liczbą".

- Podaj pięć "szczęśliwych liczb" mniejszych od 20.

- Tomasz stwierdza, że rok 2021 jest "szczęśliwym rokiem", ponieważ 2021, to "szczęśliwa liczba".

**Czy Tomasz ma rację? Jeśli nie, to jaki będzie następny "szczęśliwy rok"? Uzasadnij swoją odpowiedź.**

\*\*\*\*\*

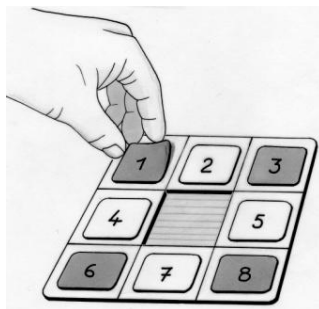
### Zadanie 4. (5 punktów) -Wszystkie białe!

Liliana gra żetonami, które mają po jednej szarej i białej stronie, a na obu z nich zapisana jest ta sama liczba.

Na początku gry, żetony są ułożone tak, jak pokazano na rysunku poniżej.

Kiedy Liliana odwraca żeton, dwa sąsiadujące z nim żetony również się odwracają.

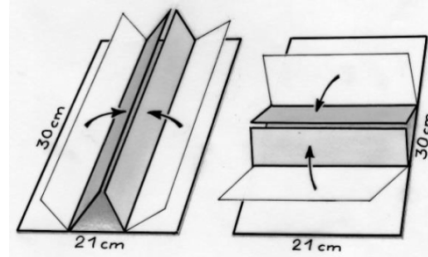
Gra kończy się, gdy wszystkie żetony mają białe strony.



Jak powinna postąpić Liliana żeby zakończyć grę odwracając jak najmniej żetonów ?

### Zadanie 5. (7 punktów) Graniasostupy!

Chcemy zbudować graniastostupy prawidłowe o podstawie trójkąta równobocznego. Dysponujemy dwiema kartkami bloku technicznego o długości 30 cm i szerokości 21 cm. Pierwsza kartka jest złożona na trzy przystające prostokąty wzdłuż, a druga na trzy przystające prostokąty wszerz (patrz ilustracja obok).



Zamykamy oba graniastostupy łącząc dwie prostokątne ściany boczne taśmą klejącą.

**Oblicz objętość graniastostupa w obu konfiguracjach. W której konfiguracji objętość jest największa? Oblicz stosunek objętości tych graniastostupów.**

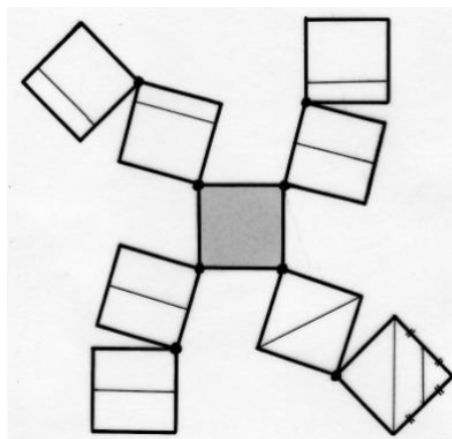
\*\*\*\*\*

### Zadanie 6. (5 punktów) -Zawiadomienie o pokryciu!

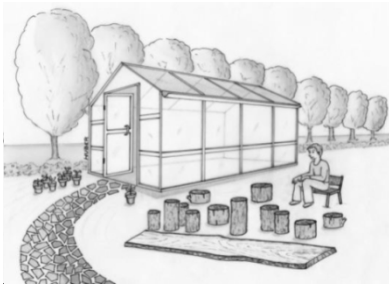
Kwadraty są narysowane na kalce technicznej (rys. poniżej). Obracają się one wokół jednego ze swoich wierzchołków tak, że zachodzą na siebie i w ten sposób dokładnie pokrywają środkowy kwadrat.

W sześciu z dziewięciu kwadratów narysowane odcinki są równoległe do jednego boku; w trzech z tych kwadratów odcinki dzielą kwadraty na dwie równe części; w pozostałych trzech, odcinki dzielą je na dwie części, z których jedna jest ćwiartką.

**Skonstruuaj środkowy kwadrat o boku 8 cm pokryty ośmioma kwadratami i wklej go na arkusz odpowiedzi. Na ile części podzielony jest ten kwadrat?**



**Zadanie 7. (7 punktów) Drewniane nóżki!**



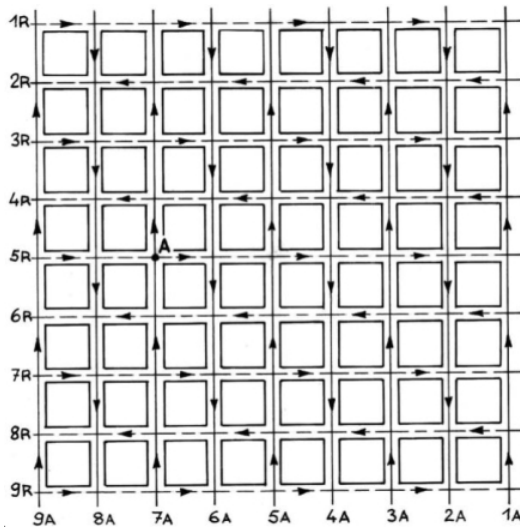
Edek przyniósł z ogrodu bardzo długą deskę. Myśli, że nada się idealnie na półkę do szklarni. Trzeba ją umieścić na nóżkach, żeby była na odpowiedniej wysokości, tak aby móc na niej postawić doniczki z sadzonkami na wiosnę. Edek znajduje dużo kawałków drewna o różnej długości, które, nałożone jedno na drugie, będą mogły zostać użyte do zrobienia nóżek.

Są dwa kawałki o długości 10 cm, trzy kawałki o długości 20 cm, 4 o długości 30 cm, jeden o długości 40 cm, jeden o długości 50 cm i jeden o długości 60 cm. Wszystkie kawałki zostaną użyte bez przecinania, wszystkie nóżki muszą być tej samej wysokości, a każda z nich będzie zbudowana z co najmniej dwóch kawałków.

Wyznacz liczbę nóżek dla tej półki oraz liczbę kawałków drewna użytych do zbudowania każdej nóżki. Uzasadnij swój tok rozumowania.

\*\*\*\*

**Zadanie 8. (5 punktów) Michał zmienia dom!**



Pewne duże amerykańskie miasto podzielono na kwadratowe rejony o boku 100 metrów alejami (oznaczonymi literą A) ponumerowanymi ze wschodu na zachód i ulicami (oznaczonymi literą R) ponumerowanymi z północy na południe.

Wszystkie aleje i ulice są jednokierunkowe. Kierunki ruchu zmieniają się z jednej alei na inną i z jednej ulicy na inną; są one pokazane na mapie.

Michał mieszka na skrzyżowaniu A (7A; 5R), tj. na przecięciu Siódmej Alei z Piątą Ulicą.

Michał przeprowadza się na inne skrzyżowanie i jeździ tam i z powrotem z A wybierając najkrótsze trasy. Oczywiście przestrzega kierunki ruchu! Zauważa, że droga "powrotna" jest dwa razy dłuższa.

Podaj współrzędne trzech możliwych skrzyżowań w postaci (xA; yR), na których można zlokalizować nowy dom Michała.

**Zadanie 9. (7 punktów) Wątpliwości Mariana!**

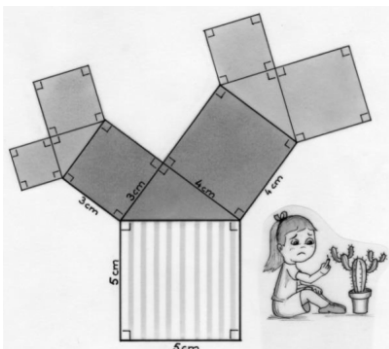
Marian jest prezesem dużego klubu koszykarskiego. Z okazji 50-lecia klubu postanawia zorganizować loterię, w której wygrany los otrzyma w nagrodę wycieczkę do Berlina. Drukuje on 1 000 losów z numerami od 1 do 1 000.

Przeglądając się uważnie losom, mówi: "Jest mały problem z losami 908 i 806 ponieważ dwie różne osoby mogą pokazać się z wygrywającym losami."



Wyjaśnij napotkany problem z dwoma losami i określ wszystkie problematyczne pary losów.

**Zadanie 10. (10 punktów) Kaktus fraktalny!**



Oto dziwny geometryczny kaktus, którego pień jest kwadratem o boku 5 cm. W pierwszym tygodniu kaktus rozrasta się o trójkąt prostokątny o bokach 3 cm, 4 cm i 5 cm, jak pokazano na rysunku. Kaktus ma teraz dwie gałęzie.

W drugim tygodniu ten sam proces jest kontynuowany: na każdej gałęzi rośnie trójkąt prostokątny podobny do poprzedniego i dwa związane z nim kwadraty.

W trzecim tygodniu wzrost kaktusa przebiega w podobny sposób. Kaktus składa się z kwadratów i podobnych trójkątów prostokątnych.

Zbuduj na karcie odpowiedzi naturalnej wielkości kaktus z trzeciego tygodnia.

Oblicz pole każdego z kwadratów i pokoloruj tym samym kolorem kwadraty o tym samym polu.

Zadania dodatkowe dla I klas liceum lub technikum

**Zadanie 11. (5 punktów) To się trzyma!**



Cecylia kupuje kilka znaczków.

"Chciałabym znaczki za 10 euro. Potrzebuję znaczki o nominałach €0,10, €0,20 i €0,50."

"Tak, ale ile każdego z nich?" pyta ją pracownik poczty, a Cecylia odpowiada:

"Potrzebuję znaczki za 10 centów w dziesięciokrotnie większej ilości niż znaczki za 20 centów."

Ile znaczków każdego rodzaju daje jej urzędnik? Wyjaśnij swój tok rozumowania.

**Zadanie 12. (7 punktów) Łódzia!**

Antek potrzebuje jedną godzinę, aby opłynąć swoją łodzią wiosłową małą wyspę na Karaibach. Teresa, jego przyjaciółka, opływa wyspę w 10 minut swoją nową motorówką. Dwoje przyjaciół wyrusza z tego samego miejsca i płyną tą samą trasą.



Kiedy Antek wykona jedno pełne okrążenie, to ile okrążeń wykona Teresa? Uzasadnij swój tok rozumowania.

Po ilu okrążeniach Teresa wyprzedzi Antka? Uzasadnij obie odpowiedzi.

**Zadanie 13 (10 punktów) Nogi pod stołem! (dla I klas szkół ogólnokształcących)**

Leon zmontował stolik kawowy widoczny na rysunku obok.

Konstrukcja nośna została zmontowana z sześciu identycznych listew drewnianych, prostopadłych do siebie.

Każda listwa ma kształt prostopadłościanu o długości 55 cm, szerokości 5 cm i grubości 5 cm.

Szklany blat tego stolika do kawy ma okrągły kształt.

Jest on przymocowany do konstrukcji nośnej w punktach A, B i C, które są jednakowo odległe od środka blatu.

Odległość punktu A od krawędzi okrągłego blatu jest równa 10 cm.

Określ rodzaj i wymiary trójkąta ABC, a następnie oblicz promień blatu stołu. Uzasadnij swój tok rozumowania.

