



- ✓ Rozwiązanie każdego zadania przedstawić na osobnym arkuszu formatu A4.
- ✓ Wszystkie, nawet częściowe rozwiązania zostaną wzięte pod uwagę przez sprawdzających.
- ✓ Staranność wykonania będzie również punktowana.

Zadanie 1: ZADOWOLONY? (7 punktów)

Zredaguj odpowiedź w języku niemieckim, angielskim, hiszpańskim lub włoskim używając co najmniej 30 słów.

Jacquot goes to eat at the same restaurant every day. He decides to set up a tip jar for the waiter. He puts € 3 in the jar if he is happy with the service, but he removes € 4 from the jar if he is not satisfied. For a few weeks, he has been very happy with each meal, and hence the tip jar is well-filled. Then, following the next fourteen meals, the waiter has made neither a gain nor a loss in tips.

How many times has Jacquot been happy with the last fourteen meals? Explain your reasoning.

Jacquot mangia tutti i giorni nello stesso ristorante. Decide di preparare un salvadanaio per le mance per il cameriere. V'inserisce 3 € se è soddisfatto del servizio, toglie 4 € se non lo è. Dopo alcune settimane è stato molto soddisfatto di ogni pasto e il salvadanaio è stato così ben riempito. Poi, alla fine dei quattordici pasti seguenti, il cameriere non ha né perso né guadagnato altro.

Quante volte, durante i quattordici ultimi pasti, Jacquot è rimasto soddisfatto? Motivate la vostra risposta.



Jacquot va a comer todos los días al mismo restaurante. Decide guardar un bote para el camarero. Mete 3 € en el bote si está contento con el servicio, quita 4 € del bote si no está satisfecho. Durante algunas semanas, ha estado muy contento con la comida y por lo tanto, el bote está bien lleno. Y después, tras las catorce comidas siguientes, el camarero no ha ganado ni ha perdido nada más.

¿Cuántas veces Jacquot ha estado contento a lo largo de las catorce últimas comidas? Justifica tu respuesta.

Jacquot geht jeden Tag im selben Restaurant essen. Er beschließt, eine Trinkgeld-Kasse für den Kellner einzurichten. Er legt 3 € in die Kasse, wenn er zufrieden ist, und nimmt 4 € heraus, wenn er nicht zufrieden ist.

Einige Wochen lang war er sehr zufrieden gewesen, und so war die Trinkgeld-Kasse gut gefüllt. Bei den folgenden 14 Restaurant-Besuchen hat der Kellner dann nichts verdient, aber auch nichts verloren.

Bei wie vielen der 14 Restaurant-Besuche war Jacquot zufrieden? Erklärt eure Antwort.

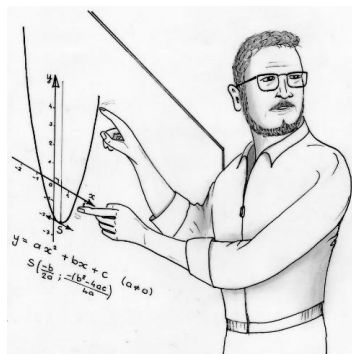
Zadanie 2: JEGO WIEK (5 punktów)

Kiedy ktoś jest pytany o rok urodzenia, często podaje tylko dwie ostatnie cyfry roku. Na przykład ludzie mówią: "Urodziłem się w 11, 92 lub 78 roku".

Tak więc Jan, nauczyciel matematyki urodzony przed 2000 rokiem, mówi:

"W tym roku, czyli w roku 2024, będę miał tyle samo lat, ile wynosi mój rok urodzenia (według powyższego sposobu wyrażania się)".

Oblicz wiek Jana. Czy w 2024 roku wnuk Jana będzie mógł powiedzieć to samo? Wyjaśnij swoje rozumowanie.



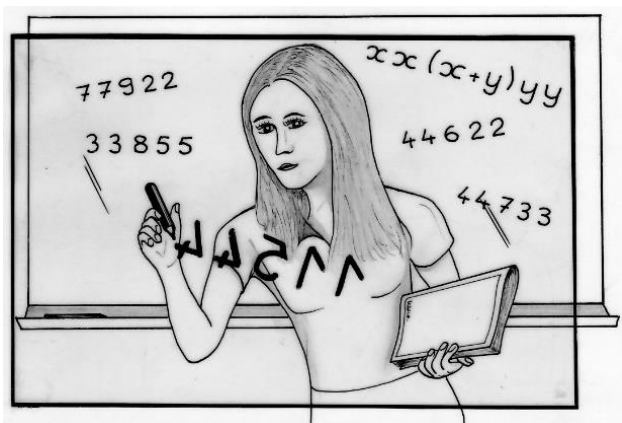
Zadanie 3: CXI (7 punktów)

x i y są liczbami naturalnymi, których suma jest mniejsza niż 10. Tak zwane „liczby odwrócone” to liczby zapisane w postaci $xx(x+y)yy$. Oto dwa przykłady: 33855 i 77922.

Podaj dwa inne przykłady i sprawdź, że te cztery liczby odwrócone są podzielne przez 111.

Wysuń przypuszczenie dotyczące postaci wyniku tego dzielenia.

Udowodnij tę własność.



Zadanie 5: PACZKI (7 punktów)

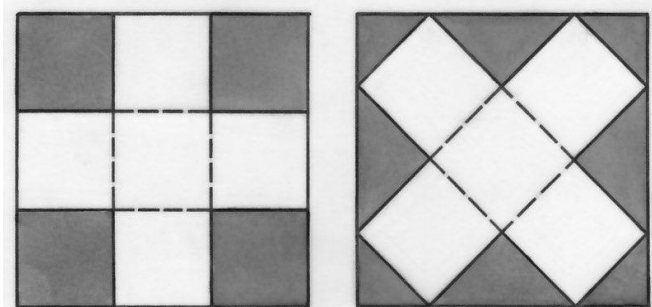
Firma MsF przygotowuje i wysyła paczki na cały świat.

40 paczek ponumerowanych od 1 do 40 jest umieszczanych jedna po drugiej na przenośniku taśmowym, który transportuje je do ciężarówki dostawczej. Całkowita masa tych 40 paczek wynosi 106 kg.

Suma mas trzech dowolnych paczek następujących po sobie jest zawsze równa 8 kg. Paczki o numerach 20 i 21 mają dokładnie taką samą masę.

Wyznacz masy paczek o numerach 20 i 21.

Wyjaśnij swoje rozumowanie.

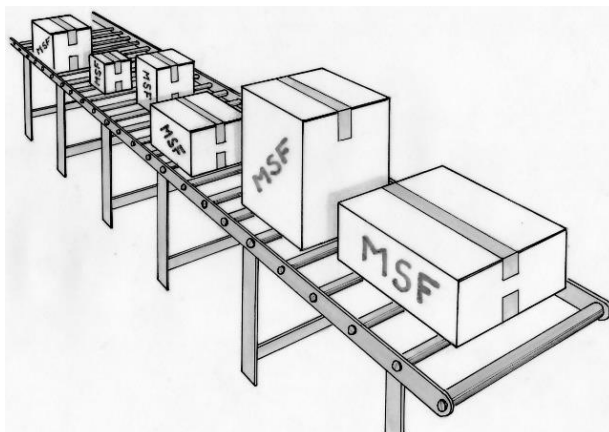


Zadanie 4: NA DRODZE DO 2025 ROKU (5 punktów)

Po poniższym kwadracie (patrz rysunek) można poruszać się z jednego pola na sąsiednie pole, ale nie po przekątnej. Nie przechodzimy przez to samo pole dwa razy, a wyniki pośrednie są zawsze całkowite.

2024	x 3	: 23	x 26	: 88
: 19	x 20	x 17	: 35	: 10
x 5	: 11	x 27	: 31	x 25
x 2	: 8	: 17	x 21	x 14
x 29	: 37	x 5	: 2	2025

Począwszy od pola 2024, znajdź ścieżkę, która uwzględni wybrane operacje i kończy się na polu 2025. Wyjaśnij swoje rozumowanie.



Zadanie 6: ŚCINKI, SZEPIE! (5 punktów)

Firma produkuje i sprzedaje sześciennie pudełka kartonowe bez pokryw.

Dostępne są dwa wzory pudełek. Są one zaprojektowane na kwadratowych arkuszach o tych samych wymiarach (patrz rysunek obok). Następnie są one wycinane i składane.

Wybierz ten wzór, który daje mniej odpadów (pole powierzchni ścinków jest mniejsze).

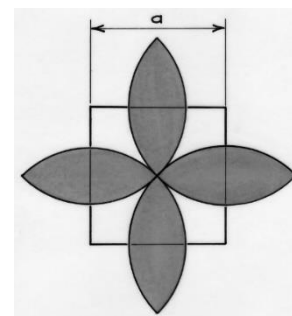
Wyjaśnij swoje rozumowanie.

Zadanie 7: ZRÓB KWIAT (7 punktów)

Oto konstrukcja:

- narysuj kwadrat i zaznacz jego środek;
- narysuj łuki czterech okręgów, których środkami są wierzchołki kwadratu, przechodzące przez środek kwadratu.

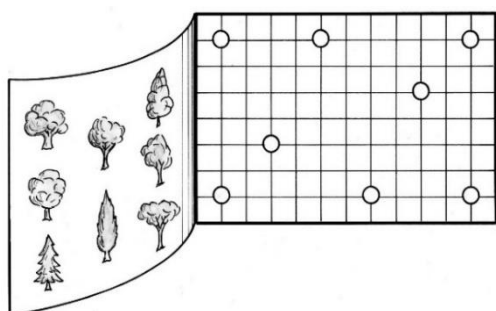
Odpowiednia część rysunku została pokolorowana.



Wykonaj tę konstrukcję dla kwadratu o boku długości 6 cm.

Niech a będzie długością boku kwadratu. Wyznacz pole powierzchni kolorowej części jako funkcję a .

Zadanie 8: PODZIAŁ NA DZIAŁKI (5 punktów)



Miasto postanawia utworzyć osiem identycznych działek.

Na terenie, który zostanie podzielony, znajduje się osiem niezwykłych drzew, które muszą zostać zachowane.

Na rysunku obok przedstawiono plan terenu, na którym zaznaczono położenie drzew. Geodeta proponuje podział terenu zgodnie z następującymi zasadami:

- każda z ośmiu działek musi mieć ten sam kształt;
- każda działka musi zawierać jedno chronione drzewo.

Podaj dwa możliwe podziały tego terenu na osiem działek.

Zadanie 9: LICZBY (7 punktów)

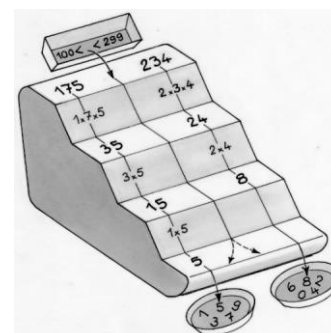
Oto algorytm składający się z trzech kroków (patrz rysunek obok).

Krok 1: Wybierz początkową liczbę całkowitą z przedziału od 100 do 299 włącznie.

Krok 2: Pomnóż cyfry tej liczby.

Krok 3: Jeśli otrzymany wynik jest mniejszy niż 10, algorytm zatrzymuje się.

W przeciwnym razie powtórz krok 2.



Oto dwa przykłady:

- wybierając 234 jako liczbę początkową: $234 \rightarrow 24 \rightarrow 8$, wynikiem algorytmu jest 8;

- wybierając 175 jako liczbę początkową: $175 \rightarrow 35 \rightarrow 15 \rightarrow 5$, wynikiem algorytmu jest 5.

Jeśli uruchomisz ten algorytm z kilkoma różnymi liczbami, niezbyt często zdarza się, że wynik jest nieparzysty: 1, 3, 5, 7 lub 9.

Znajdź wszystkie liczby, które dają wynik nieparzysty.

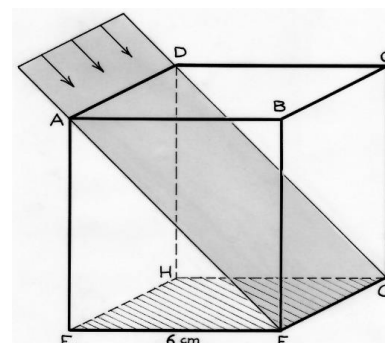
Wyjaśnij swoje rozumowanie.

Zadanie 10: PLANY CIĘĆ (10 punktów)

Sześcian o boku długości 6 cm jest cięty kolejno (ilustruje to rysunek) wzdłuż płaszczyzn $ADGF$, $BCHE$, $ABGH$ i na końcu wzdłuż płaszczyzny $CDEF$, za każdym razem zachowując bryłę, której podstawą jest kwadrat $EFGH$.

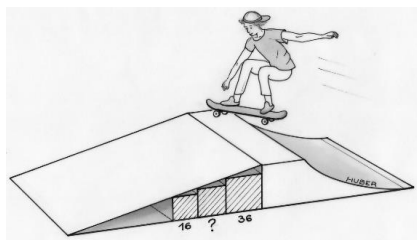
Narysuj sześcian w perspektywie z uzyskaną bryłą wewnątrz. Pokoloruj krawędzie bryły. Narysuj zwymiarowaną siatkę tej bryły.

Wyraź objętość tej bryły jako funkcję objętości sześcianu. Ile identycznych brył tego typu można zmieścić w tym sześcianie?



Zadania dodatkowe dla I klas liceum lub technikum

Zadanie 11: NACHYLENIE STOKU (5 punktów)

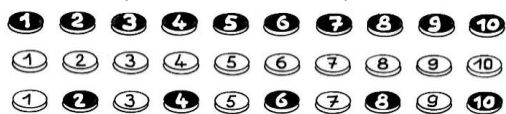


Max zbudował sobie rampę deskorolkową z trzech prostopadłościennych bloków o podstawach w kształcie kwadratu oraz kawałka płaskiej blachy (patrz rysunek). Jego przyjaciel Anatol chciałby zrobić taką samą rampę w domu. Max wyjaśnia: "Najważniejsze jest to, aby jedna z krawędzi trzech bloków stykała się z rampą! Największy z bloków ma kwadratową podstawę o boku długości 36 cm, a najmniejszy ma kwadratową podstawę o boku długości 16 cm. Nie pamiętam jednak długości boku kwadratu w podstawie bloku pośredniego".

Pomóż Anatolowi znaleźć brakujący wymiar. Uzasadnij rozwiązanie.

Zadanie 12: STRONY ŻETONÓW (7 punktów)

Agata umieszcza dziesięć żetonów, każdy z czarną i białą stroną, obok siebie tak, aby czarna strona była widoczna. Żetony są ponumerowane od 1 do 10 po obu stronach. Agata wykonuje kilka następujących po sobie operacji na żetonach.



Pierwsza operacja: odwraca każdy z dziesięciu żetonów.

Druga operacja: odwraca wszystkie żetony z numerami będącymi wielokrotnością 2.

Trzecia operacja: odwraca wszystkie żetony z numerami będącymi wielokrotnością 3.

I tak dalej, aż do dziesiątej i ostatniej operacji, która odwraca tylko żeton z numerem 10.

Podaj numery żetonów z widoczną białą stroną po zakończeniu dziesięciu operacji.

Gdyby Agata miała 100 żetonów ponumerowanych od 1 do 100, to które żetony miałyby widoczną białą stronę po stu operacjach? Co je łączy?

Zadanie 13: JESTEŚ TAM? (10 punktów)

(dla I klas szkół ogólnokształcących)

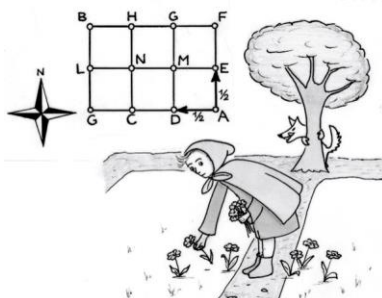
Czerwony Kapturek wyrusza samotnie przez las do domu chorej babci, aby przynieść jej garnek masła i ciasto. Poniższa siatka przedstawia różne możliwe trasy przez las. Każdy punkt reprezentuje przecięcie dwóch ścieżek. Czerwony Kapturek może poruszać się od jednego skrzyżowania do drugiego, ale tylko w kierunku północnym lub zachodnim. Jeśli możliwe są dwie ścieżki, prawdopodobieństwo, że Czerwony Kapturek podąży na północ lub zachód wynosi $\frac{1}{2}$. Zatem prawdopodobieństwo, że Kapturek przejdzie z punktu A do punktu C wynosi: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Niestety, wilk ukrył się w lesie, jeśli Czerwony Kapturek natknie się na niego, zostanie zjedzony. Czerwony Kapturek znajduje się w punkcie A, a dom jego babci w punkcie B. Wilk ukrywa się w punkcie L.

Oblicz prawdopodobieństwo tego, że Czerwony Kapturek przejdzie przez punkt L i zostanie pożarty przez wilka.

Uzasadnij swoje rozumowanie.

W którym punkcie siatki wilk ma największe prawdopodobieństwo natknięcia się na Czerwonego Kapturka, wiedząc, że nie może ukryć się ani w punkcie A ani w punkcie B?

Uzasadnij swoje rozumowanie.



Zadanie 13: DZIAŁANIE (10 punktów)

(dla I klas technikum)

Jaką liczbę całkowitą należy wpisać w kwadracie zaznaczonym na rysunku, aby podążając za strzałkami i kolejno wykonując operacje znowu otrzymać tę samą liczbę i powrócić do kwadratu? Wyjaśnij swoje rozumowanie.

Zaleca się skorzystanie z arkusza kalkulacyjnego do rozwiązania tego zadania.

