



Matematyka Bez Granic

Etap finałowy - 7 marca 2017



Pour Nicole

- * Rozwiązanie każdego zadania należy przedstawić na osobnym arkuszu odpowiedzi (arkusz formatu A4).
- * Wszystkie, nawet częściowe rozwiązania zadań, zostaną wzięte pod uwagę przez sprawdzających.
- * Staranność wykonania będzie również punktowana.



Zadanie 1. (7 punktów) Nieuporządkowane rzędy

Zredaguj odpowiedź w języku francuskim, niemieckim, angielskim, hiszpańskim lub włoskim, używając co najmniej 30 słów.

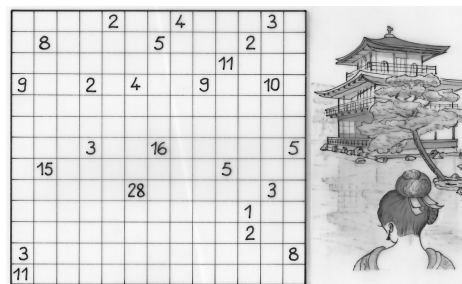
<p>In einem Konferenzraum befinden sich neun Stuhlreihen. Jede Reihe besteht aus derselben Anzahl von Stühlen. Bei der ersten Konferenz sind alle angemeldeten Teilnehmer anwesend, aber nur zwei Drittel der Stühle sind besetzt. Für die zweite Konferenz haben sich nur drei Viertel der Teilnehmer angemeldet. Damit nicht zu viele Stühle leer bleiben, wollen die Veranstalter ganze Stuhlreihen aus dem Saal entfernen.</p> <p>Wie viele ganze Stuhlreihen müssen im Saal bleiben, damit bei der zweiten Konferenz jeder angemeldete Teilnehmer einen Sitzplatz hat? Begründet eure Antwort.</p>	<p>The meeting room for a conference has been set out with nine rows of chairs. There are the same number of chairs in each row. For the first session all of the conference delegates are there and the room is two-thirds full. For the second session only three quarters of the delegates have signed up to attend. To avoid having too many empty seats the conference organisers want to remove some chairs. They will remove complete rows of chairs.</p> <p>How many complete rows of chairs should they remove and still be sure that every delegate who attends has a seat? Justify your answer.</p>	<p>En una sala de reunión, hay nueve filas con el mismo número de sillas. Para la primera conferencia, están todos los participantes y la sala está llena en sus dos terceras partes. Para la segunda conferencia, sólo las tres cuartas partes de los participantes se han inscrito. Para evitar que haya demasiados sitios vacíos, los organizadores quieren quitar filas completas de sillas.</p> <p>¿Con cuántas filas completas hay que contar para la segunda conferencia? Justifica la respuesta</p>
<p>In una Sala Riunioni, ci sono nove file con lo stesso numero di sedie. Per la prima conferenza, sono presenti tutti gli iscritti e la sala è piena per due terzi. Per la seconda conferenza, solo tre quarti degli iscritti partecipano. Per evitare troppi posti vuoti, gli organizzatori desiderano togliere delle file complete di sedie.</p> <p>Quante file complete occorre prevedere per la seconda conferenza? Giustificate la risposta.</p>	<p>Dans une salle de réunion, il y a neuf rangées ayant le même nombre de chaises. Pour la première conférence, tous les participants sont là et la salle est pleine aux deux tiers. Pour la deuxième conférence, seuls trois quarts des participants se sont inscrits. Pour éviter trop de places vides, les organisateurs veulent enlever des rangées complètes de chaises.</p> <p>Combien faut-il prévoir de rangées complètes pour la deuxième conférence ? Justifier</p>	 

Zadanie 2. (5 punktów) Shikaku

Nicole lubi japońskie gry, takie jak shikaku.

W grze należy pokryć prostokątami całą przedstawioną obok planszę. Na każdym prostokącie zapisana jest liczba całych kratek, z których jest on zbudowany.

Przerysuj planszę podaną obok na kartkę w kratkę i narysuj prostokąty, które ją pokrywają.



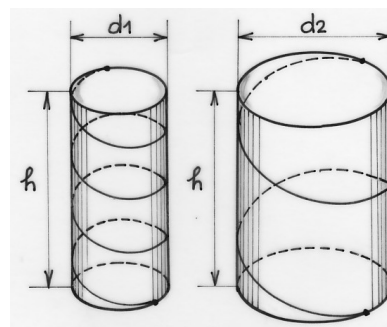
Matematyka Bez Granic

Zadanie 3. (7 punktów) Kreć, kreć, kreć

Na dwóch okrągłych pionowych kolumnach o tej samej wysokości i różnych średnicach zawieszono łańcuchy.

Oba łańcuchy wznoszą się od podłogi do sufitu pod tym samym kątem nachylenia w stosunku do poziomego podłoża.

Który łańcuch jest dłuższy? Uzasadnij swoją odpowiedź.



Zadanie 4. (5 punktów) Sagrada Familia



W krypcie kościoła Sagrada Familia w Barcelonie znajduje się tajemniczy kwadrat z szesnastoma liczbami (rysunek obok).

Liczy w kwadracie można pogrupować w cztery zbiory czterech liczb, których suma wynosi 33.

Podaj pięć różnych sposobów pogrupowania liczb z kwadratu zaznaczając zbiory czterech liczb różnymi kolorami.

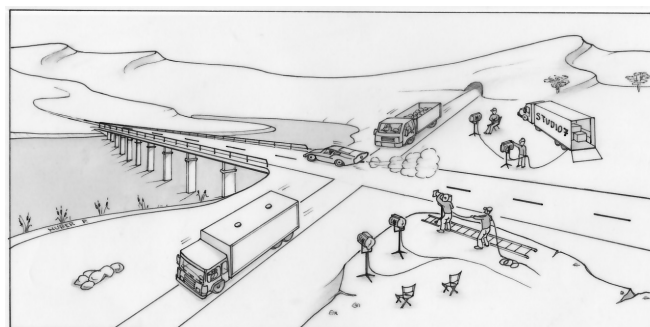
1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

Zadanie 5. (7 punktów) O mały włos

W scenie kaskaderskiej pewnego filmu samochód ma przejechać między dwiema ciężarówkami.

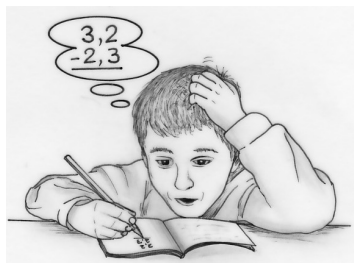
Obie ciężarówki przemieszczają się ze stałą prędkością 90 km/godz. Jadą w tym samym kierunku, w linii prostej, jedna za drugą. Odległość między nimi wynosi 20 m.

Każda ciężarówka ma szerokość 2,5 m. Samochód jedzie ze stałą prędkością po drodze prostopadłej do drogi ciężarówek. Samochód ma 4,7 m długości i 2m szerokości.



Oblicz minimalną prędkość samochodu, przy której sztuczka kaskaderska powiedzie się bez przeszkód (samochód nie zahaczy o ciężarówki).

Zadanie 6. (5 punktów) Cerować listę!



Szymon tworzy listę liczb. Zaczyna od 3,2. Aby otrzymać kolejną, stosuje następującą zasadę:

Zamienia jedności z częściami dziesiętnymi (3,2 staje się 2,3), następnie oblicza różnicę pomiędzy większą i mniejszą liczbą ($3,2 - 2,3 = 0,9$).

Do otrzymanej w ten sposób liczby stosuje tą samą zasadę. Tak w ten sposób tworzy listę liczb. Trzema pierwszymi liczbami z listy są: 3,2; 0,9 i 8,1.

Znajdź 38. liczbę. Zaproponuj metodę rozwiązania, która nie będzie wymagała wypisywania wszystkich liczb z listy. Podaj 2017. liczbę.

Matematyka Bez Granic

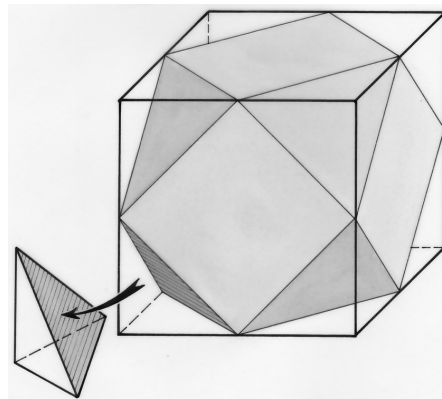
Zadanie 7. (7 punktów) Sześćcio-ośmiościan

Na ścianach sześcianu o krawędzi długości c rysujemy kwadraty, łącząc środki krawędzi sześcianu. Narysowane w ten sposób boki utworzą osiem ostrosłupów, po jednym na każdym wierzchołku sześcianu.

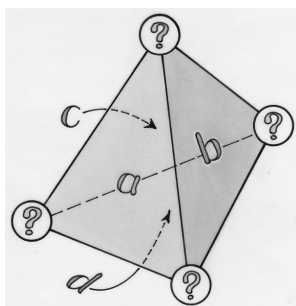
Jeśli zostaną usunięte wszystkie ostrosłupy, to otrzymamy nowy wielościan wypukły nazywany sześćcio-ośmiościanem.

Matematycy Euler i Kartezjusz wykazali, że dla każdego wielościanu wypukłego zachodzi zależność $W - K + S = 2$, gdzie W oznacza liczbę wierzchołków, K liczbę krawędzi, a S liczbę ścian.

Sprawdź prawdziwość wzoru dla otrzymanej bryły. Wyraż objętość tej bryły jako funkcję długości krawędzi c .



Zadanie 8. (5 punktów) Zabawa w mnożenie



Na czterech ścianach czworościanu zapisano cztery różne liczby całkowite dodatnie. W każdym wierzchołku umieszczona jest wartość, będąca iloczynem trzech liczb zapisanych na powierzchniach bocznych ścian, które do niego przylegają.

Iloczyn czterech liczb obliczony w ten sposób jest równy 27 000.

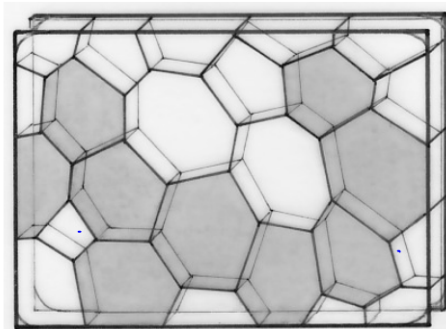
Podaj cztery liczby zapisane na ścianach czworościanu.

Zadanie 9. (7 punktów) Łap bańkę!

Bańki mydlane umieszczone pomiędzy dwiema równoległymi płytkami mają zazwyczaj kształt sześciokąta wypukłego.

Skonstruuj sześciokąt spełniający warunki :

- wszystkie kąty są równe 120° ;
- boki (w centymetrach) mają długość: 2; 4; 6; 8; 10 i 12.



Zadanie 10. (10 punktów) Niech żyje Tales!



Skonstruuj trójkąt równoramienny ABD , taki, że $|AB| = |AD| = 1$.

Umieść punkt C , różny od A i B , na półprostej AB . Prosta równoległa do CD przechodząca przez punkt B przecina półprostą AD w punkcie E .

Udowodnij, że $|AE| = \frac{1}{|AC|}$. Na nowym rysunku, wychodząc od tego samego trójkąta ABD i punktu C , znajdź konstrukcję, dzięki której

otrzymamy punkt F .

Czy $|AF| = |AC|^2$? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Matematyka Bez Granic

Zadania dodatkowe dla I klas szkół ponadgimnazjalnych

Zadanie 11. (5 punktów) Orzeł czy reszka

Paulina i Franek grają w grę „Orzeł czy reszka”. Na początku gry oboje mają po pięć cukierków. Gdy wypada orzeł, Franek daje cukierka Paulinie. Gdy wypada reszka, to Paulina daje cukierka Frankowi. W ten sposób grają cztery rundy, jedna po drugiej.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że na koniec gry Franek będzie miał więcej cukierków niż Paulina? Uzasadnij swoją odpowiedź.



Zadanie 12. (7 punktów) Silnia!

Ile jest zer na końcu zapisu dziesiętnego iloczynu wszystkich liczb całkowitych od 1 do 200?



Iloczyn ten zapisuje się w następujący sposób $200!$ i czyta „200 silnia”.

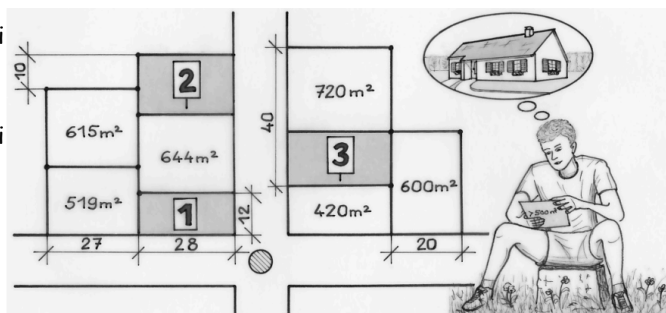
Zadanie 13 (10 punktów) Zagubine działki (dla I klas szkół ogólnokształcących)

Mehdi chciałby zostać właścicielem działki budowlanej w „Topolowym zakątku”.

Wszystkie działki są prostokątne.

Mehdi życzy sobie, aby powierzchnia jego działki była większa niż 500 m^2 .

W „Topolowym zakątku” pozostały do sprzedania tylko trzy działki: 1, 2 i 3 przedstawione na rysunku.



Czy jedna z trzech działek pozostałych do sprzedania spełnia wymagania Mehdiego? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Zadanie 13 (10 punktów) Dzwonek telefonu (dla I klas szkół zawodowych)

Decybel (dB) to jednostka, której zwykle się używać do pomiaru natężenia dźwięku.

Dzwoniący smartfon emituje dźwięk o natężeniu 60 dB.

Dwa dzwoniące jednocześnie smartfony, ustawione na tę samą głośność, emitują dźwięk o natężeniu 63 dB, czyli o 3 dB więcej.



Za każdym razem gdy podwaja się liczba smartfonów,

natężenie dźwięku rośnie o 3 dB. Zatem przy czterech smartfonach będzie ono wynosiło $63 + 3 = 66 \text{ dB}$.

Ile smartfonów musiałyby zadzwonić jednocześnie, aby poziom natężenia dźwięku wyniósł 120 dB, co odpowiada hałasowi samolotu podczas startu? Uzasadnij swoją odpowiedź.